Prof. Dr. Wolfgang Soergel
Dr. Bijan Afshordel

SoSe 2010
19.4.2010

Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis II

Blatt 1

Abgabe: Mo, 26.4.2010 bis 9:10 Uhr

Aufgabe 1.
Sei $I \subset \mathbb{R}$ ein kompaktes Intervall. Beweisen Sie, daß durch

$$||\,.\,||_1 : C^0(I) \longrightarrow \mathbb{R},\ ||f||_1 = \int_a^b |f|$$

eine Norm definiert ist (also Positivität, Halblinearität und Dreiecksungleichung). Ist $||\,.\,||_1$ eine Norm auf dem Raum $\mathcal{R}(I)$?

Aufgabe 2.
Berechnen Sie den von einer Ellipse mit Halbachsen $a, b > 0$ eingeschlossenen Flächeninhalt, also den Flächeninhalt der Menge

$$E = \{\,(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 \leq 1\,\} \subset \mathbb{R}^2\ .$$

Aufgabe 3.
Prüfen Sie auf gleichmäßige Konvergenz sowie auf gleichmäßige Konvergenz der Ableitungsfunktionen:

1. $f_n(x) = \frac{\sin(nx)}{n}$ auf $I = [-\pi, \pi]$.
2. $f_n(x) = n \log(1 + x/n) - x$ auf $I = [0, 100]$.

Aufgabe 4.
Sei $f \in C^0(I)$ mit $I = (a, b)$ offen. Wir betrachten die Funktion

$$\Phi : I \longrightarrow \mathbb{R},\ \Phi(t) = \int_{a(t)}^{b(t)} f(x)dx\ ,$$

wobei $a : I^* \longrightarrow I$ und $b : I^* \longrightarrow I$ differenzierbar sind. Begründen Sie die Differenzierbarkeit von Φ und berechnen Sie die Ableitung.