Prof. Dr. Wolfgang Soergel
Dr. Bijan Afshordel

SoSe 2010
28.6.2010

Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis II

Blatt 10

Abgabe: Mo, 5.7.2010 bis 9:10 Uhr

Aufgabe 37.
Man entscheide, welche der folgenden Mengen M Untermannigfaltigkeiten des $\mathbb{R}^2$ sind. Welche Teilmenge A von M muß man gegebenenfalls mindestens entfernen, sodaß $M \setminus A$ zur Untermannigfaltigkeit wird?

(a) $M = \{(x, y) \mid x^3 = y^2\}$

(b) $M = \{(x, y) \mid y^2 = x^3 + x + 1\}$

(c) $M = \{(x, y) \mid (x^2 + y^2)^3 = 4x^2y^2\}$

Aufgabe 38.
Bestimmen Sie die Extremwerte der Funktion $f(x, y) = x^2 - y^2$ auf der Menge

$$N = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^3 = y^2\} \; .$$

Aufgabe 39.
Seien X und Y endlichdimensionale relle Räume, $U \subset X$ eine offene Teilmenge und $f : U \longrightarrow Y$ eine stetig differenzierbare Abbildung mit überall surjektivem Differential. Man zeige: für jede Untermannigfaltigkeit $C \subset Y$ ist ihr Urbild $M = f^{-1}(C)$ eine Untermannigfaltigkeit von X der Dimension $\dim X - \dim Y + \dim C$.

Aufgabe 40.
Man zeige, daß die Funktionaldeterminante der Kugelkoordinatenabbildung K, siehe Aufgabe 23, gegeben wird durch $\det \mathrm{d}K = r^2 \sin \vartheta$. Salopp gesprochen transformieren sich also Volumenintegrale in Kugelkoordinaten mithilfe der Regel

$$\mathrm{d}x \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}z \; = r^2 \sin \vartheta \, \mathrm{d}r \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}\vartheta \, .$$

Bitte wenden!

Zwei allgemeine Hinweise Studierende im Bachelorstudiengang Mathematik betreffend:

1. Die **Prüfungsanmeldung** im Bachelorstudiengang zu den Vorlesungen sowie für die mündlichen Prüfungen in Linearer Algebra und Analysis läuft noch bis zum 04.07.2010.

2. Kommenden Donnerstag, 1.7.2010, bietet um 13:15 Uhr in SR 404 Herr Dr. Junker (Studiengangskoordinator) eine kurze **Informationsveranstaltung** zur Studienplanung für Studierende im zweiten Semester im Bachelorstudiengang Mathematik an.