
Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis II

Blatt 12 - letztes Blatt!

Abgabe: Mo, 19.7.2010 bis 9:10 Uhr

Aufgabe 45.

Man bestimme eine Basis des Lösungsraumes der Differentialgleichung

$$f''' = f .$$

Aufgabe 46.

Man zeige: Entsprechen sich unter einem Diffeomorphismus zwei Vektorfelder, so entsprechen sich auch deren Integralkurven. Allgemeiner haben unter einer differenzierbaren Abbildung verwandte Vektorfelder auch verwandte Integralkurven. Ist genauer unter einer stetig differenzierbaren Abbildung ϕ ein Vektorfeld A verwandt zu einem Vektorfeld B , so ist für jede Integralkurve γ von A auch $\phi \circ \gamma$ eine Integralkurve von B . Ist insbesondere ein Vektorfeld A unter einer stetig differenzierbaren Abbildung ϕ verwandt zum Nullfeld, in Formeln $\phi : A \rightsquigarrow 0$, und ist γ eine seiner Integralkurven, so ist $\phi \circ \gamma$ eine Integralkurve des Nullfeldes und mithin konstant, als da heißt, die Funktion ϕ ist konstant auf Integralkurven von A .

Aufgabe 47 .

Gegeben seien die Vektorfelder $A : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $A(x, y) = (-y, x)$, und $B \equiv 0$ auf \mathbb{R} , sowie die Abbildung $\phi : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $\phi(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$. Mit Aufgabe 46 folgt, daß ϕ konstant ist auf den Integralkurven von A . Man weise dies direkt nach (also ohne Zuhilfenahme von Aufgabe 46).

Aufgabe 48.

Man bestimme alle Lösungen der Differentialgleichung

$$\dot{x} = e^x \sin(t) .$$

Hinweis: Um Bonuspunkte zu sammeln, dürfen Sie auf diesem Blatt alle vier Aufgaben bearbeiten.