Prof. Dr. Wolfgang Soergel
Dr. Bijan Afshordel

SoSe 2010
14.6.2010

Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis II

Blatt 8

Abgabe: Mo, 21.6.2010 bis 9:10 Uhr

Aufgabe 29.
Seien $G \subset X$ eine offene Menge des reellen Raumes X und $f : G \longrightarrow X$ eine stetig differenzierbare Abbildung mit $p \in G$ als Fixpunkt. Man zeige: Gilt $\mathrm{d}_p f(v) \neq v$ für alle $v \in \vec{X}$ mit $v \neq 0$, so ist p ein isolierter Fixpunkt von f.

Aufgabe 30.
Das Bild einer stetig differenzierbaren Abbildung von einer offenen Teilmenge eines endlichdimensionalen reellen Raumes in einen weiteren endlichdimensionalen reellen Raum ist offen, falls ihr Differential in jedem Punkt surjektiv ist. Ist unsere stetig differenzierbare Abbildung zusätzlich injektiv, so liefert sie einen Diffeomorphismus unserer offenen Teilmenge mit ihrem Bild.

Aufgabe 31.
Jede gleichmäßig stetige Abbildung von einem offenen reellen Intervall in einen vollständigen metrischen Raum kann stetig auf den Abschluß unseres Intervalls fortgesetzt werden.

Aufgabe 32.
Man zeige:

(a) Konvergiert eine Folge von stetigen Funktionen zwischen metrischen Räumen gleichmäßig, so ist auch die Grenzfunktion stetig.

(b) Gegeben ein metrischer Raum D und ein vollständiger metrischer Raum Y, so ist auch der Raum $\mathcal{C}^b(D, Y)$ aller stetigen beschränkten Abbildungen von D nach Y vollständig für die Metrik der gleichmäßigen Konvergenz.

Hinweis: Um Bonuspunkte zu sammeln, dürfen Sie auf diesem Blatt eine dritte Aufgabe bearbeiten.