Prof. Dr. Wolfgang Soergel
Dr. Bijan Afshordel

SoSe 2010
21.6.2010

Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis II

Blatt 9

Abgabe: Mo, 28.6.2010 bis 9:10 Uhr

Aufgabe 33.
Sind (X_1, d_1) und (X_2, d_2) metrische Räume, so ist auf $X = X_1 \times X_2$ die Produktmetrik definiert durch

$$d(x, y) = \sup\{d_1(x_1, y_1), d_2(x_2, y_2)\}$$

für $x = (x_1, x_2)$ und $y = (y_1, y_2)$. Man zeige, daß d in der Tat eine Metrik ist, und daß die Abbildung

$$X \times X \longrightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto d(x, y)$$

stetig ist.

Aufgabe 34.
Man zeige, daß die Gleichung

$$x^4 z^2 + 2x \cos(y + z) + \sin z = 0$$

lokal um den Punkt $(0, 0, 0)$ in der Form $z = g(x, y)$ auflösbar ist und berechne die Taylorentwicklung von g in $(0, 0)$ bis zur Ordnung 2.

Aufgabe 35.
Gegeben eine einfache Nullstelle eines reellen oder komplexen Polynoms wird bei hinreichend kleinem Wackeln an den Koeffizienten des Polynoms sich auch unsere Nullstelle nur ein bisschen bewegen und differenzierbar von besagten Koeffizienten abhängen. Man formuliere diese Aussage präzise und beweise sie.

Aufgabe 36.
Man zeige, daß es einen nichtkonstanten stetig differenzierbaren Weg

$$\gamma : (-1, 1) \longrightarrow \mathbb{R}^2$$

durch den Punkt $(0, 0)$ gibt, welcher ganz in der Menge

$$M = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xe^x + ye^y + xy = 0 \}$$

enthalten ist.