

Übungen zur Vorlesung Logik für Informatiker WS 2008/09, Blatt 10

*Abgabe: Mittwoch, 21. Januar 2009, vor der Vorlesung
Schreiben Sie bitte den Namen Ihres Tutors auf Ihr Lösungsblatt!*

Aufgabe 1. Gegeben sei die Sprache $L = \{P, f, c\}$, wobei P ein dreistelliges Relationszeichen, f ein einstelliges Funktionszeichen, sowie c ein Konstantenzeichen ist. Zeigen Sie unter Zuhilfenahme des Satzes von Herbrand, daß die Aussage

$$\exists y \exists x \exists z (\neg P(c, x, z) \vee P(y, f(x), z))$$

allgemeingültig ist.

Aufgabe 2. Bestimmen Sie für die folgenden Formeln jeweils eine äquivalente pränex normale Form, eine Skolem-Normalform sowie eine Herbrand-Normalform.

- a) $\forall v_1 (\exists v_2 B(v_1, v_2) \wedge \exists v_2 B(v_2, v_1))$
- b) $\exists v_1 \neg \exists v_2 B(v_2, v_1)$
- c) $\forall v_1 \forall v_3 (B(v_1, v_3) \rightarrow \exists v_2 (B(v_1, v_2) \wedge B(v_2, v_3)))$
- d) $\forall v_1 \exists v_3 (B(v_1, v_3) \wedge \neg \exists v_2 (B(v_1, v_2) \wedge B(v_2, v_3)))$

Aufgabe 3. Entscheiden Sie, ob folgende Termfolgen unifizierbar sind. Geben Sie gegebenenfalls eine universelle unifizierbare Termfolge an.

- a) $S^1 = (g(f(x), f(y)), c)$ und $S^2 = (f(g(x, y)), z)$
- b) $S^1 = (g(f(x), g(x, u)), y)$ und $S^2 = (g(z, v), f(w))$
- c) $S^1 = g(x, g(f(c), g(y, z)))$ und $S^2 = g(g(g(u, v), f(w)), g(f(c), x))$

Aufgabe 4. Sei $\varphi(x)$ eine L -Formel. Für jedes $n \in \mathbb{N}$ gebe es eine L -Struktur \mathcal{A} mit $\mathcal{A} \models \exists^{\geq n} x \varphi(x)$ und $\mathcal{A} \models \exists^{\geq n} x \neg \varphi(x)$. Folgern Sie, daß es eine L -Struktur \mathcal{A} gibt mit der Eigenschaft, daß sowohl $\{a \in A \mid \mathcal{A} \models \varphi[a]\}$ als auch $\{a \in A \mid \mathcal{A} \models \neg \varphi[a]\}$ unendlich sind.