

### Aufgabe 1

Leiten Sie aus den Körperaxiomen für  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  mit  $c, d \neq 0$  her:

$$(1) \frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad + bc}{cd}$$

$$(2) \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d} = \frac{ab}{cd}$$

$$(3) \frac{a/c}{b/d} = \frac{ad}{bc}, \quad \text{falls zusätzlich } b \neq 0.$$

### Aufgabe 2

Zeigen Sie für  $a, b \in \mathbb{R}$  die Ungleichung

$$|a| + |b| \leq |a + b| + |a - b|.$$

Wann gilt Gleichheit?

### Aufgabe 3

Beweisen Sie für  $a, b, \varepsilon \in \mathbb{R}$  mit  $\varepsilon > 0$  die Ungleichung

$$ab \leq \varepsilon a^2 + \frac{1}{4\varepsilon} b^2.$$

Wann gilt Gleichheit?

### Aufgabe 4

Definieren Sie  $\max(a, b)$  und  $\min(a, b)$  für  $a, b \in \mathbb{R}$  und zeigen Sie die Formeln

$$\begin{aligned} \max(a, b) &= \frac{1}{2}(a + b + |a - b|) \\ \min(a, b) &= \frac{1}{2}(a + b - |a - b|). \end{aligned}$$

*Bitte schreiben Sie Ihren Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 26.10.2009, bis 9:10 Uhr.*