Mathematisches Institut
der Universität Freiburg

Eckerstr. 1
79104 Freiburg i. Br.
Büro: (0761) 203-5540

Prof. Dr. W. Soergel
Dr. G. Höhn

Übungen zur Topologie II

Wintersemester 2001/2002 **Blatt 2**

Hausaufgaben, Abgabe bis 29.10.01

Aufgabe 1:

Man bestimme die erste Homologiegruppe der Figur 8, aufgefaßt als Teilmenge der Ebene.

Aufgabe 2:

Gegeben Punkte $p_0, p_1, \ldots, p_q$ einer konvexen Teilmenge $K \subset \mathbb{R}^N$ bezeichne $\langle p_0, p_1, \ldots, p_q \rangle : \Delta_q \to K$ den q-Simplex $(x_0, \ldots, x_q) \mapsto x_0 p_0 + \ldots + x_q p_q$. Bezeichne $\mathrm{e}_0, \ldots, \mathrm{e}_q$ die Standardbasis von $\mathbb{R}^{q+1}$. Man zeige, daß mögliche V_q für den Beweis der Homotopie-Invarianz gegeben werden als die Summe in $S_{q+1}(\Delta_q \times [0,1])$ der

$$(-1)^i \langle (\mathrm{e}_0, 0), (\mathrm{e}_1, 0), \ldots, (\mathrm{e}_i, 0), (\mathrm{e}_i, 1), \ldots, (\mathrm{e}_q, 1) \rangle$$

für $0 \leq i \leq q$.

Aufgabe 3:

Die folgenden Funktoren von den Raumpaaren in die abelschen Gruppen sind natürlich äquivalent:

1. $(X, A) \mapsto H_0(X, A)$
2. $(X, A) \mapsto \{$Die freie abelsche Gruppe über der Menge aller der Wegzusammenhangskomponenten von X, die A nicht treffen$\}$.

Aufgabe 4:

Seien $f, g : (X, A) \to (Y, B)$ zwei Morphismen zwischen Raumpaaren. Eine **Homotopie von f nach g** ist ein Morphismus von Raumpaaren $H : (X \times I, A \times I) \to (Y, B)$ derart, daß gilt $H \circ i_0 = f$ und $H \circ i_1 = g$.

Man zeige: Sind zwei Morphismen $f, g : (X, A) \to (Y, B)$ homotop, so induzieren sie dieselben Abbildungen $H_q f = H_q g : H_q(X, A) \to H_q(Y, B)$ auf den relativen Homologiegruppen.