Anwesenheitsaufgaben zur Vorlesung
Analysis II — SS 2017, Blatt 4
Prof. Dr. G. Wang — 29.05.2017
Dr. Ch. Ketterer

Aufgabe 1 *(Homotopien)* (2+2 Punkte)

(a) Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ offen, und $I \subset \mathbb{R}$ ein Intervall. Definieren Sie den Begriff der Homotopie zwischen Kurven $\gamma_0, \gamma_1 \in C^0(I, \Omega)$.

(b) Sei $\Omega = \mathbb{R}^2$ und $I = [0, \pi] \subset \mathbb{R}$. Finden Sie eine Homotopie zwischen $\gamma_0(t) = (\cos t, \sin t)$ und $\gamma_1(t) = (2\cos t, 2\sin t)$, $t \in I$.

Aufgabe 2 *(Homotopien)* (2+2 Punkte)

(a) Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ offen, und $I \subset \mathbb{R}$ ein Intervall. Definieren Sie den Begriff der Homotopie zwischen Kurven $\gamma_0, \gamma_1 \in C^0(I, \Omega)$.

(b) Sei $\Omega = \mathbb{R}^2$ und $I = [0, \pi] \subset \mathbb{R}$. Finden Sie eine Homotopie zwischen $\gamma_0(t) = (t, 0)$ und $\gamma_1(t) = (t, 2)$, $t \in I$.

Aufgabe 3 *(Einfach zusammenhängend)* (2+2 Punkte)

(a) Definieren Sie die Eigenschaft einfach zusammenhängend für eine offen Menge $U \subset \mathbb{R}^n$.

(b) Zeigen Sie, dass $\mathbb{R}^n$ einfach zusammenhängend ist.

Aufgabe 4 *(Holomorph)* (2+2 Punkte)

(a) Definieren Sie die Eigenschaft holomorph.

(b) Zeigen Sie, dass $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ mit $f(z) = z$ holomorph ist.