

Aufgabe 1 (*Logisches Schließen*) (4 Punkte)

Verneinen Sie folgende Aussagen:

- a) Zu jedem Vorschlag gibt es jemanden, der den Vorschlag kritisiert.
- b) Keine Regel ohne Ausnahme.
- c) In manchen Häusern haben nicht alle Wohnungen fließendes Wasser.

Stimmt was an der Aussage b) nicht?

Aufgabe 2 (*Bruchrechnung*) (4 Punkte)

Zeigen Sie die Regeln der Bruchrechnung in \mathbb{R} (Satz 1.2), also im einzelnen für $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ mit $c, d \neq 0$:

(1) $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ genau wenn $ad = bc$.

(2) $\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad + bc}{cd}$,

(3) $\frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d} = \frac{ab}{cd}$,

(4) $\frac{a/c}{b/d} = \frac{ad}{bc}$, falls zusätzlich $b \neq 0$.

Aufgabe 3 (*Rechnen mit reellen Zahlen*) (4 Punkte)

Seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$. Beweisen Sie: zu jedem $x \in \mathbb{R}$ mit $a \leq x \leq b$ gibt es eindeutig bestimmte reelle Zahlen $\lambda, \mu \geq 0$ mit $\lambda + \mu = 1$, so dass gilt:

$$x = \lambda a + \mu b.$$

Aufgabe 4 (*Betrag*) (4 Punkte)

Zeigen Sie für $a, b \in \mathbb{R}$ die Ungleichung

$$|a| + |b| \leq |a + b| + |a - b|.$$

Hinweis. Der Betrag von $a \in \mathbb{R}$ ist definiert durch

$$|a| = \begin{cases} a & \text{falls } a \geq 0, \\ -a & \text{falls } a < 0. \end{cases}$$

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen, die Nummer Ihrer Übungsgruppe und den Namen Ihres Tutors auf Ihre Abgabe. Abgabe ist am Montag, 26.10.2015 bis 14:00 in den Briefkästen im Keller des mathematischen Instituts.