Aufgabe 1 *(Ungleichungen & Summenzeichen)*
Beweisen Sie für reelle Zahlen $a_1, a_2, \ldots, a_n > 0$ die Ungleichung

$$\Big(\sum_{i=1}^{n} a_i\Big) \cdot \Big(\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{a_i}\Big) \geq n^2.$$

Wann gilt Gleichheit?
Hinweis: Zeigen Sie erst $a + \dfrac{1}{a} \geq 2$ für $a > 0$.

Aufgabe 2 *(Teleskopsummen)*
Beweisen Sie für $n \in \mathbb{N}$ die Formel

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

Aufgabe 3 *(Zählproblem)*
Wieviele Teilmengen, inklusive der leeren Menge, hat eine Menge mit n Elementen? Beweisen Sie Ihre Formel.

Aufgabe 4 *(Ungleichung zwischen arithmetischem und geometrischem Mittel)*
Es seien $a_1, a_2, \ldots, a_n > 0$ mit $a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n = 1$. Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion die Ungleichung

$$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n} \geq 1$$

und diskutieren Sie den Fall der Gleichheit.

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen, die Nummer Ihrer Übungsgruppe und den Namen Ihres Tutors auf Ihre Abgabe. Abgabe ist am Montag, 02.11.2015 bis 14:00 in den Briefkästen im Keller des mathematischen Instituts.