Aufgabe 1 *(Folge mit vielen Häufungspunkten)*
Finden Sie eine Folge, für die jedes $x \in [0,1]$ Häufungspunkt ist (mit Nachweis).

Aufgabe 2 *(Monotonie der Wurzel im Exponenten und Potenzgesetze)*
Seien $a, b \in \mathbb{R}$, $a, b \geq 0$.

(a) Zeigen Sie:

$$\begin{aligned} a > a^{1/2} > a^{1/3} > \ldots > a^{1/n} > \ldots \qquad & \text{für } a > 1, \\ a < a^{1/2} < a^{1/3} < \ldots < a^{1/n} < \ldots \qquad & \text{für } a < 1. \end{aligned}$$

(b) Seien $r, s \in \mathbb{Q}$. Beweisen Sie die Rechenregeln

$$(a^r)^s = a^{rs} \text{ und } (ab)^r = a^r b^r.$$

Aufgabe 3 *(Ein Teilfolgenargument)*
Gegeben seien eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und ein $a \in \mathbb{R}$, so dass gilt:

> *Jede Teilfolge $(a_{n_k})_{k\in\mathbb{N}}$ von $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ besitzt ihrerseits eine Teilfolge, die gegen a konvergiert.*

Zeigen Sie durch Widerspruch, dass die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen a konvergiert.

Aufgabe 4 (*Periodische Dezimalbrüche*)
Begründen Sie: die Dezimaldarstellung einer rationalen Zahl ist von einer gewissen Stelle ab periodisch (oder bricht ab).

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen, die Nummer Ihrer Übungsgruppe und den Namen Ihres Tutors auf Ihre Abgabe. Abgabe ist am Montag, 23.11.2015 bis 14:00 in den Briefkästen im Keller des mathematischen Instituts.