

Beginn: 15:15 Uhr

Ende: 17:45

Name: ..... Vorname: .....  
 Matr.Nr.: ..... Studiengang: .....  
 Geburtsort: ..... Geburtstag: .....  
 Semesterzahl: .....

**Bitte Beachten Sie folgende Hinweise:**

- Kennzeichnen Sie alle Zettel mit Namen und Nummer der Aufgabe.
- Geben Sie alle Zettel, auch die mit Nebenrechnungen, gemeinsam mit dem vollständig ausgefüllten Deckblatt ab.
- Als Hilfsmittel sind nur Stifte zugelassen (insbesondere sind Handys und Taschenrechner NICHT zugelassen).
- Ein Täuschungsversuch kann zum sofortigen Ausschluss und Nichtbestehen der Klausur führen.
- Begründen Sie nach Möglichkeit stichwortartig Ihre Schritte.
- Insgesamt sind 100 Punkte zu vergeben. Wir stellen uns vor, dass Sie mindestens 50 davon schaffen sollten. **Viel Erfolg!**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
10	10									50

**Aufgabe 1** (2+2+3+3 Punkte)

- a). Geben Sie die Definitionen der beschränkten und der konvergenten Folge an.
- b). Sie zeigen: dass jede konvergenten Folge beschränkt ist. Ist jede beschränkte Folge konvergent?
- c) Entscheiden Sie, ob die nachstehenden Folgen für  $n \rightarrow \infty$  konvergieren und bestimmen Sie ggf. den Grenzwert (mit kurzer Begründung).
- c1)  $a_n = \frac{n^n}{n!}$ ,    c2)  $b_n = n \sin \frac{1}{n}$ ,    c3)  $c_n = n(2^{\frac{1}{n}} - 1)$ .
- d) Für eine gegebene Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  betrachten Sie die Folge  $A_n = \frac{1}{n}(a_1 + a_2 + \dots + a_n)$  der arithmetischen Mittelwerte der ersten  $n$  Folgenglieder. Zeigen Sie

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a \quad \Rightarrow \quad \lim_{n \rightarrow \infty} A_n = a.$$

Gilt die Umkehrung dieses Schlusses?