

Aufgabe 1 (*Punktweise versus gleichmäßige Konvergenz*)

- (a) Betrachten Sie Funktionen $f_n : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$, $a, b \in \mathbb{R}$. Wann konvergiert die Folge von Funktionen $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ punktweise gegen eine Funktion $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, wann konvergiert (f_n) gleichmäßig gegen f ? (4 Punkte)
- (b) Gegen Sie ein Beispiel einer Funktionenfolge $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ an, welche punktweise aber nicht gleichmäßig gegen eine Funktion f konvergiert. (2* Punkte)

Aufgabe 2 (*Integrierbarkeit, Stetigkeit versus gleichmäßige Stetigkeit*)

- (a) Wann heißt ein Funktion $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ Riemann integrierbar? (2 Punkte)
- (b) Sei $I \subset \mathbb{R}$ ein Intervall. Wann heißt eine Funktion $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ gleichmäßig stetig? (2 Punkte)
- (c) Geben Sie ein Beispiel einer Funktion $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ an, die in jedem Punkt $x \in I$ stetig ist aber aber nicht gleichmäßig stetig ist. (2* Punkte)