Anwesenheitsaufgaben zur Vorlesung	Wintersemester 2016/17, Blatt 02
Analysis 1	4. November 2016
Prof. Dr. G. Wang	Dr. Christian Ketterer

Aufgabe 1 (Anwendung binomischer Satz)

Beweisen Sie direkt aus dem binomischen Satz (ohne Induktion):

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n, \quad \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} = 0, \quad \sum_{k=1}^{n} k \cdot \binom{n}{k} = n2^{n-1}.$$

Aufgabe 2 (Addition natürlicher Zahlen)

Erinnerung: Addition und Ordnung auf $\mathbb{N}_0$ sind induktiv (oder rekursiv) definiert durch:

- $a + 0 := a$ und $a + (n+1) := (a+n) + 1$.
- $a < 0$ gilt nie, und $a < n+1$ gilt genau dann, wenn $a < n$ oder wenn $a = n$.

(a) Beweisen Sie durch Induktion nach $c \in \mathbb{N}_0$ die Assoziativität der Addition, das heißt $a + (b + c) = (a + b) + c$ für alle $a, b, d \in \mathbb{N}_0$.

(b) Beweisen Sie durch Induktion nach $b \in \mathbb{N}_0$: falls $a < b$, so ist auch $a+1 < b+1$.

Aufgabe 3 (Vollständige Induktion)

Zeigen Sie durch vollständige Induktion

$$\sum_{i=1}^{n} i(i-1) = \frac{(n+1)n(n-1)}{3}.$$