

Aufgabe 1 (Negation I) (4 Punkte)

Verneinen Sie folgende Aussagen:

- (a) Keine Regel ohne Ausnahme.
- (b) Zu jedem Vorschlag gibt es jemanden, der den Vorschlag kritisiert.
- (c) In manchen Häusern haben nicht alle Wohnungen fließendes Wasser.

Stimmt etwas an der Aussage (a) nicht?

Aufgabe 2 (Negation II) (4 Punkte)

Sei $a \in \mathbb{R}$. Negieren Sie folgende Aussage:

$$\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 : |x^2 - a| \leq \epsilon \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad |x - a| \leq \delta.$$

In Worten heißt das: Für alle $\epsilon > 0$ gibt es ein $\delta > 0$, so dass $|x^2 - a| \leq \epsilon$ für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $|x - a| \leq \delta$.

Aufgabe 3 (Injektivität/Surjektivität) (4 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Injektivität und Surjektivität:

- (a) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(n) = n + (-1)^{n+1}$.
- (b) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(n) = \frac{1}{n}$.
- (c)

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad n \mapsto \begin{cases} \frac{n}{4}, & \text{falls } n \text{ durch } 4 \text{ teilbar ist,} \\ 3n + 1, & \text{wenn } n \text{ nicht durch } 4 \text{ teilbar ist.} \end{cases}$$

Aufgabe 4 (Bruchrechnung) (4 Punkte)

Leiten Sie aus den Körperaxiomen die folgenden Gleichungen für $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ mit $c, d \neq 0$ her:

- (a) $\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad+bc}{cd}$,
- (b) $\frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d} = \frac{ab}{cd}$,
- (c) $\frac{a/c}{b/d} = \frac{ad}{bc}$, falls zusätzlich $b \neq 0$.

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie den Namen des Tutors und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Heften Sie mehrere Lösungsblätter sicher aneinander.

Abgabe ist am Montag, 24.10.2016 bis 12 Uhr in den Briefkästen im Untergeschoss des mathematischen Instituts.