

**Aufgabe 1** (*Konvergenz von Kehrwerten*) (4 Punkte)

Für eine Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  gilt:

- (a) Aus  $a_n \rightarrow +\infty$  (bzw.  $a_n \rightarrow -\infty$ ) folgt  $1/a_n \rightarrow 0$ .
- (b) Aus  $a_n \rightarrow 0$  und  $a_n > 0$  (bzw.  $a_n < 0$ ) folgt  $1/a_n \rightarrow +\infty$  (bzw.  $1/a_n \rightarrow -\infty$ ).

**Aufgabe 2** (*Cauchyfolgen: Definition*) (4 Punkte)

- (a) Weisen Sie anhand der Definition für

$$a_n = 1 + \frac{(-1)^n}{n^3}.$$

die Cauchyfolgen-Eigenschaft nach.

- (b) Beweisen Sie, dass die rekursiv definierte Folge

$$a_1 = 1 \quad \text{und} \quad a_{n+1} = \sqrt{1 + a_n}$$

konvergiert und berechnen Sie den Grenzwert.

**Aufgabe 3** (*Potenzrechnung*) (4 Punkte)

- (a) Zeigen Sie, dass  $a > \sqrt{a} > \sqrt[3]{a} > \dots > 1$  für  $a > 1$ , und  $a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \dots < 1$  für  $0 < a < 1$ .
- (b) Sei  $x > 0$  und  $q = k/m \in \mathbb{Q}$  mit  $k \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie, dass durch  $x^q := \sqrt[m]{x^k}$  die rationalen Potenzen von  $x$  wohldefiniert sind (also nicht von der Darstellung von  $q$  als Bruch abhängen). Beweisen Sie weiter für  $x, y > 0$  und  $q, r \in \mathbb{Q}$  die Regeln

$$(i) x^q x^r = x^{q+r} \quad (ii) (x^q)^r = x^{qr} \quad (iii) x^q y^q = (xy)^q.$$

**Aufgabe 4** (*Rechenregeln für lim sup*) (4 Punkte)

Für beschränkte Folgen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  gilt:

- (a)  $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n = -\liminf_{n \rightarrow \infty} (-a_n)$ ,
- (b)  $\limsup_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} a_n + \limsup_{n \rightarrow \infty} b_n$ .

*Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie den Namen des Tutors und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Heften Sie mehrere Lösungsblätter sicher aneinander.*

**Abgabe ist am Montag, 21.11.2016 bis 12 Uhr in den Briefkästen im Untergeschoss des mathematischen Instituts.**

# Erstsemester-Hütte

Bald ist es endlich soweit und es geht auf die Erstihütte. Alles was ihr dazu wissen müsst, erfahrt ihr hier:

## Wann geht's los???

Am Freitag, den **02.12.** und zurück kommen wir am Sonntag, den 04.12.

## Wo geht es eigentlich hin???

Wir fahren ins Dekan-Strohmeier-Haus im Münstertal im Schwarzwald

## Was tut man eigentlich auf so einer Hütte???

Sich entspannen, MitstudentenInnen kennenlernen, an lustigen Workshops teilnehmen, Spielchen spielen, lecker essen, ...

## Und was kostet das???

25 Euro, die bei der Anmeldung mitzubringen sind!

## Was für eine Anmeldung???

**Am Montag, den 21. November**, könnt ihr euch nach der Vorlesung **um 10.00 vor der Mathe-Fachschaft** verbindlich anmelden. Bitte **bringt die 25 Euro mit**, nur dann bekommt ihr einen sicheren Platz, denn die Teilnehmerzahl ist beschränkt.

Die 25 € sind **nicht kostendeckend**, das heißt, wenn ihr doch nicht kommt, bitte unbedingt bei uns abmelden.

Bitte teilt uns bei der Anmeldung mit, ob ihr mit dem Auto auf die Hütte fahren könnt. Ihr könnt euch auch bereits überlegen, ob ihr eventuell Lust habt zu wandern.

## Und mein Mathe-Zettel???

Die Erfahrung hat gezeigt, dass dafür immer genug Zeit blieb und da noch viele ältere MathestudentenInnen mitfahren, könnt ihr bestimmt auch den einen oder anderen Tipp bekommen...

Wenn ihr noch Fragen habt, dann mailt uns an [erstihuette@googlemail.com](mailto:erstihuette@googlemail.com)

Robin, Marius, Julius und die Mathefachschaft