Übungsaufgaben zur Vorlesung
Analysis 1
Prof. Dr. G. Wang

Wintersemester 2016/17, Serie 8
5. Dezember 2016
Dr. Christian Ketterer

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Zeichnen Sie die Menge

$$H = \{(x, y) \in \mathbb{C} : |z - 2| - |z + 2| \leq 2\}.$$

Ist H beschränkt, abgeschlossen, offen in $\mathbb{R}^2 = \mathbb{C}$?

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Für eine Menge $M \subset \mathbb{R}^n$ sei $\bar{M}$ die Menge der Punkte $x \in \mathbb{R}^n$, für die gilt: Für alle $\varepsilon > 0$ ist die Menge $B_\varepsilon(x) \cap M$ nicht leer. $\bar{M}$ heißt der topologische Abschluß von M bezüglich der euklidischen Topologie. Zeigen Sie für beliebige $M \subset \mathbb{R}^n$:

1. $\bar{M}$ ist abgeschlossen.
2. Ist $A \subset \mathbb{R}^n$ abgeschlossen mit $M \subset A$, so gilt $\bar{M} \subset A$.

Aufgabe 3 *(Stetigkeit der Potenzfunktion)* (4 Punkte)

Sei $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie anhand der in der Vorlesung gegebenen Definition, dass die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^n$ stetig ist. Was ändert sich am Beweis für $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $f(z) = z^n$?

Aufgabe 4 *(Stetigkeitspunkte)* (4 Punkte)

An welchen Stellen sind die folgenden Funktionen stetig bzw. unstetig?

(a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x\,[\frac{1}{x}] & \text{für } x \neq 0 \\ 1 & \text{für } x = 0. \end{cases}$

(b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{q} & \text{für } x = \frac{p}{q} \text{ mit } q \in \mathbb{N},\ p \in \mathbb{Z} \text{ teilerfremd} \\ 0 & x \in \mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}. \end{cases}$

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie den Namen des Tutors und die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Heften Sie mehrere Lösungsblätter sicher aneinander.

Abgabe ist am Montag, 12.12.2016 bis 12 Uhr in den Briefkästen im Untergeschoss des mathematischen Instituts.