Aufgabe 1(*Reihen: Beispiele*)
Sind die Reihen konvergent? Wenn ja, was ist der Grenzwert?

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}.$

Aufgabe 2 (*Reihen mit Gliedern $a_n b_n$*)
Zeigen oder widerlegen Sie:

(a) Konvergieren die Reihen $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ und $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, so konvergiert auch die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$.

(b) Konvergiert $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ absolut und ist die Folge $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ beschränkt, so konvergiert $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$.

Aufgabe 3 *(Ein Konvergenzkriterium)*
Sei $a_n \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$, eine monoton fallende Nullfolge, und $p \in \mathbb{N}$ mit $p \geq 2$.

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergiert genau dann, wenn $\sum_{k=0}^{\infty} p^k a_{p^k}$ konvergiert.

(2) Ist $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergent, so folgt $\lim_{n\to\infty}(na_n) = 0$.

(3) Ist $d(n)$ die Anzahl der Stellen in der Dezimaldarstellung von n, so ist

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{d(n)^s n}$$

divergent für $0 \leq s \leq 1$ und konvergent für $s > 1$.

Bitte schreiben Sie Ihren Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Donnerstag, 19.12.2019 bis 11:00.