

Aufgabe 1 (*Extremwerte unter Nebenbedingungen*)

Bestimmen Sie die Extremstellen und Extremwerte der Funktion

$$\varphi : \mathbb{S}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \varphi(x) = x_1x_4 - x_2x_3.$$

Aufgabe 2 (*horizontaler Wurf mit Reibung*)

Beim Wurf aus Höhe $h > 0$ mit der Anfangsgeschwindigkeit $(v, 0)$ und der Erdbeschleunigung g ist die Bahnkurve $(x(t), y(t))$ gegeben durch

$$(x(t), y(t)) = \begin{cases} \left(vt, h - \frac{g}{2}t^2 \right) & \varepsilon = 0 \\ \left(\frac{1 - e^{-\varepsilon t}}{\varepsilon} v, h + \left(\frac{1 - e^{-\varepsilon t}}{\varepsilon} - t \right) \frac{g}{\varepsilon} \right) & \varepsilon \neq 0. \end{cases}$$

$\varepsilon \in \mathbb{R}$ ist der Reibungsparameter. Seien $T(\varepsilon)$ der Zeitpunkt des Aufschlags in Höhe $y = 0$, und $w(\varepsilon)$ die Wurfweite. Begründen Sie die Existenz von $T'(0)$ und $w'(0)$, und berechnen Sie diese.

Aufgabe 3 (*Picard-Iteration*)

Berechnen Sie den k -ten Schritt $X_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$ des Iterationsverfahrens von Picard-Lindelöf für das Matrix Anfangswertproblem $X' = AX$, $X(0) = E_2$, wobei

$$(a) \quad A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (b) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 11.7.2016 bis 12:00