Aufgabe 1 *(Kritische Punkte)*
Bestimmen Sie die kritischen Punkte der folgenden Funktionen f. Bestimmen Sie in den nicht degenerierten Fällen den Index. Skizzieren Sie die Höhenlinien $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : f(x,y) = c\}$ in der Nähe der kritischen Punkte.

(a) $f(x,y) = x - x^2 - y^2$.

(b) $f(x,y) = xy(x-1)$.

(c) $f(x,y) = \sin(xy)$.

Aufgabe 2 *(Maximumprinzip)*
Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ offen und beschränkt und $u \in C^0(\overline{\Omega}) \cap C^2(\Omega)$ mit

$$\Delta u = \sum_{i=1}^{n} \partial_i^2 u \geq 0 \quad \text{in } \Omega.$$

Zeigen Sie dass u sein Maximum auf dem Rand annimmt: $\max_{\overline{\Omega}} u = \max_{\partial\Omega} u$.
Hinweis. Nehmen Sie erst $\Delta u > 0$ an, betrachten Sie dann $u_\varepsilon(x) = u(x) + \varepsilon |x|^2$.

Aufgabe 3 (C^1-*Konvergenzsatz*)
Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ offen. Ist $f_k \in C^1(\Omega)$ mit $f_k \to f$ und $\partial_i f_k \to g_i$ lokal gleichmäßig in Ω für $i = 1, \ldots, n$, so folgt $\partial_i f = g_i$, und damit $f \in C^1(\Omega)$.

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 30.5.2016 bis 12:00