Anwesenheitsaufgaben zur Vorlesung
Analysis II | SS 2017, Blatt 3
Prof. Dr. G. Wang | 15.05.2017
Dr. Ch. Ketterer

Aufgabe 1 *(Jacobi Matrix)* (2+2 Punkte)

(a) Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ eine C^1-Abbildung. Geben Sie die Definition der Jacobi matrix an.

(b) Berechnen Sie die die Jacobi matrix von

$$f : (0, \infty) \times (0, 2\pi) \to \mathbb{R}^2, f(r, \phi) = (r \cos \phi, r \sin \phi).$$

Aufgabe 2 *(Ableitung)* (2+2 Punkte)

(i) Sei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ eine Abbildung. Definieren Sie die Ableitung von f an der Stelle $x_0 \in \mathbb{R}^n$.

(ii) Berechnen Sie die die Jacobi matrix von

$$f : \mathbb{R} \times (0, 2\pi) \to \mathbb{R}^2, f(x, y) = (e^x \cos y, e^x \sin y).$$

Aufgabe 3 *(Kettenregel)* (2+2 Punkte)

(a) Formulieren Sie die Kettenregel für die Verkettung zweier differenzierbarer Abbildungen. Achten Sie hierbei auf die korrekte Angabe der Definitionsbereiche.

(b) Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ mit $f(x, y) = x^2 + y^2$ eine C^1-Abbilung (das muss nicht gezeigt werden), und sei $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$ mit

$$\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$$

eine parametrisierte C^1-Kurve in $\mathbb{R}^2$ (das muss auch nicht gezeigt werden).
Berechnen Sie die Ableitung der Funktion $f \circ \gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ an jedem Punkt, indem Sie den Gradienten von f und die Ableitung von γ berechnen und anschließend die Kettenregel anwenden.

Aufgabe 4 *(C^1-Funktionen)* (2+2 Punkte)

(a) Geben Sie die Definition für eine C^1-Abbildung an.

(b) Ist $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$ eine C^1-Abbildung? Geben Sie ein kurze Begründung an.

Aufgabe 5 *(Richtungsableitung)* (2+2 Punkte)

(a) Sei $v \in \mathbb{R}^n$ und $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ eine C^1-Funktion. Formulieren Sie die Definition der Richtungsableitung von f in Richtung von v.

(b) Berechnen Sie die Richtungsableitung von $f(x, y) = x^2y^3$ in Richtung von $(2, 1)$.