

**Aufgabe 1** (*Satz von Stokes – klassisch*)

Sei  $M \subset \mathbb{R}^3$  eine zweidimensionale kompakte, orientierte Mannigfaltigkeit mit Rand  $\partial M$ , Oberflächenelement  $d\mu$  und positiv orientierter Einheitsnormale  $\nu$ . Beweisen Sie für ein Vektorfeld  $X \in C^1(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$  die Formel

$$\int_M \langle \operatorname{rot} X, \nu \rangle d\mu = \int_{\partial M} \langle X, \tau \rangle ds,$$

wobei  $ds$  das Längenelement und  $\tau$  der positiv orientierte Einheitstangentenvektor von  $\partial M$  sind.

**Aufgabe 2** (*Kohomologie kompakter Mannigfaltigkeiten*)

Sei  $M$  kompakte, orientierbare Mannigfaltigkeit mit  $\dim M = n$ . Folgern Sie  $H^n(M) \neq \{0\}$  und weiter, dass  $M$  nicht zusammenziehbar ist, das heißt es gibt keine Abbildung  $F \in C^\infty(M \times [0, 1], M)$  mit  $F(\cdot, 0) = \operatorname{id}_M$  und  $F(\cdot, 1) = \operatorname{const}$ .

**Aufgabe 3** (*Raumwinkelform*)

Sei  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  offen und beschränkt mit glattem Rand, und  $\omega = \frac{x}{|x|^3} \lrcorner (dx^1 \wedge dx^2 \wedge dx^3)$ . Zeigen Sie:

(i)

$$\int_{\partial\Omega} \omega = \begin{cases} 4\pi, & \text{falls } 0 \in \Omega \\ 0, & \text{falls } 0 \notin \bar{\Omega}. \end{cases}$$

(ii) Bildet  $p : \partial\Omega \rightarrow S^2$ ,  $x \mapsto \frac{x}{|x|}$ , das Gebiet  $D \subset \partial\Omega$  diffeomorph auf sein Bild  $p(D) \subset S^2$  ab, so gilt

$$\mu(p(D)) = \int_D \omega.$$

**Aufgabe 4** (*Kohomologie des  $n$ -Torus*)

Betrachten Sie auf dem  $n$ -Torus mit der Quotientenprojektion  $p : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n / \mathbb{Z}^n = T^n$  die eindeutig bestimmten  $k$ -Formen  $\omega^i$  mit  $p^* \omega^i = dx^{i_1} \wedge \dots \wedge dx^{i_k}$ , wobei  $i = (i_1 < \dots < i_k) \in I(n, k)$ . Zeigen Sie, dass die zugehörigen Kohomologieklassen in  $H^k(T^n)$  linear unabhängig sind.

---

## MATHEMATIK BIETET PERSPEKTIVEN

Berufsinformationswochen für Mathematiker

---

**Dienstag,**  
**13. 1. 2004**  
18 Uhr c.t.  
SR 404

**Teilgebiete der Mathematik und Berufsmöglichkeiten:**  
Diskussion mit Freiburger Matheprofessoren

---

**Mittwoch,**  
**14. 1. 2004**  
18 Uhr c.t.  
SR 404

Alexander Scivos, SAP

**Mathematiker im IT-Bereich**

Oliver Kriessl, Institut für Angewandte Mathematik, Universität Freiburg (ab 19.30 Uhr)  
**Erfahrung aus Industrie und Wissenschaft**

---

**Donnerstag,**  
**15. 1. 2004**  
18 Uhr c.t.  
SR 404

Hans Steinberg, IMS Health GmbH

**Mathematiker als Statistiker: statistische Programmierung**

Cornelia Pretzer, Meteorologin, FAZ (ab 19.30 Uhr)  
**Mathematiker im Wissenschaftsjournalismus**

---

**Montag,**  
**19. 1. 2004**  
19 Uhr c.t.  
SR 404

Günter Neugart, Gymnasiallehrer, tätig als Fachberater und in der Begabtenförderung

**Mathematiker in der Schule und darüber hinaus**

---

Die Veranstaltungsreihe „Mathematik bietet Perspektiven“ informiert über Berufsfelder und -chancen für Mathematiker/innen. Sie richtet sich an alle Studierenden des Mathematischen Instituts. Gäste sind selbstverständlich willkommen.

*Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer bzw. der Tag Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Dienstag, 20.01.2003 bis 9:15.*