Aufgabe 1 *Graph Mannigfaltigkeit*
Sei M^m eine m-dim. C^∞ Mannigfaltigkeit und $f : M^m \to N^n$ eine glatte Abbildung, wobei die Topologie von einer Metrik induziert ist.

1. Zeigen Sie, dass
$$graph(f) := \{(x, f(x)) : x \in M\},$$
eine m dim. C^∞ Untermannigfaltigkeit von $M \times N$ ist.

2. Sei $M = \mathbb{R}^n$, $N = \mathbb{R}$. Berechenen Sie die Vektoren $Di(p)(\frac{\partial}{\partial x^i}(p))$ (Vektoren in $\mathbb{R}^{n+1}$), wobei $i : M \to \mathbb{R}^{n+1}$ die Inklusionsabbildung ist (siehe Vorlesung) und $\frac{\partial}{\partial x^i}(p)$ die Basis-Vektoren bezüglich die Karten die Sie in 1 gefunden haben sind. Skizze.

3. Sei $h : M \times N \to \mathbb{R}$ eine C^∞ Funktion. Berechnen Sie $\frac{\partial}{\partial x^i}\tilde{h}$, $i \in \{1, 2, \dots n\}$ für die Karten die Sie in 1 gefunden haben, wobei $\tilde{h} : graph(f) \to \mathbb{R}$ $\tilde{h}(x) := h(x, f(x))$ ist.