Aufgabe 1 (*Tangientialebene eines Randpunkts*)
Sei M eine Mannigfaltigkeit mit Rand, $p \in \partial M$, und $\phi : U \to \phi(U)$ eine Karte mit $p \in U$ und $\phi(U)$ offen in H^n. Man Zeige:

- $D\phi : T_pM \to T_pH^n$ ist ein Vektorraum Isomorphismus.
- T_pH^n ist Isomorph zu $T_p\mathbb{R}^n$ (ist isomorph zu $\mathbb{R}^n$).

Aufgabe 2 (*Rand Vektoren als Kurven*)
Sei M eine Mannigfaltigkeit mit Rand, $p \in M$. Zeigen Sie:

$$\{c[\gamma] | \gamma \text{ zulässige Kurve mit } \ \gamma(0) = p, c \in \mathbb{R}\}$$

ist Isomorph zu T_pM (siehe Vorlesung für die Definition von zulässige Kurven durch Randpunkten).

Aufgabe 3 ($H^n(M)$)
Sei M^n eine n-dimensionale zusammenhängende orientierte kompakte Mannigfaltigkeit mit Rand, $\partial M = \emptyset$. Zeigen Sie:

- $\int_M [\omega] := \int_M \omega$ ist wohldefiniert für alle $\omega \in H^n(M)$.
- Es existiert eine C^1 n-form ω mit $d\omega = 0$, und $\int_M \omega \neq 0$.
- $H^n(M) \neq \{0\}$

Aufgabe 4 (*Volum der Sphäre*)
Sei S^n die Sphäre, und sei g die Riemannsche metrik auf S^n die durch $\mathbb{R}^{n+1}$ induziert wird. Berechnen Sie $\int_{S^n} 1 d\mu_g (= vol(S^n))$ (Hinweis : Siehe Aufgabe 4, Serie13).
Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer bzw. den Tag Ihrer bungsgruppe auf jedes Lsungsblatt. Abgabe ist am Dienstag, 14.01.2006 bis 11:15.