Aufgabe 1 *LU und Dachprodukt*
Sei V ein Vektorraum und $\omega^1, \ldots, \omega^k \in V^*$. Dann ist $\{\omega^1, \ldots, \omega^k\}$ genau dann linear unabhängig, wenn $\omega^1 \wedge \omega^2 \wedge \ldots \wedge \omega^k \neq 0$.

Aufgabe 2 *Determinante auf* $\mathbb{R}^n$
Sei V ein n-dimensionaler Vektorraum, $\omega \in \Lambda^n(V)$ und $v_1, \ldots, v_n$ eine Basis für V. Sei $\eta \in \mathcal{T}_0^n(\mathbb{R}^n)$ definiert durch

$$\eta((a_1^1, \ldots, a_1^n), (a_2^1, \ldots, a_2^n), \ldots, (a_n^1, \ldots, a_n^n)) = \omega(a_1^{j_1} v_{j_1}, a_2^{j_2} v_{j_2}, \ldots, a_n^{j_n} v_{j_n})$$

(Einsteinsche Summenkonvention). Zeigen Sie:

(i) $\eta \in \Lambda^n(\mathbb{R}^n)$ und somit $\eta = c \cdot \det$ für eine Konstante c.

(ii) $c = \eta(e_1, \ldots, e_n) = \omega(v_1, \ldots, v_n)$ und das impliziert $\omega(w_1, \ldots, w_n) = \det(A) \cdot \omega(v_1, \ldots, v_n)$ für $w_i = a_i^j v_j$ und $A = (a_j^i)$.