

Aufgabe 1 *Produkt Topologie*

Sei $\mathcal{O}_M$ eine Topologie auf M , und $\mathcal{O}_N$ eine Topologie auf N , und seien M, N Mannigfaltigkeiten. Sei

$$\mathcal{O}_{M \times N} = \{\cup_{\lambda \in \Lambda} B_\lambda \times C_\lambda : B_\lambda \in \mathcal{O}_M, C_\lambda \in \mathcal{O}_N\},$$

die sog. Produkttopologie auf $M \times N$. Zeigen Sie: Falls M, N Mannigfaltigkeiten sind, dann ist $M \times N$ (mit der Produkttopologie) eine Mannigfaltigkeit.

Aufgabe 2 *Torus*

Sei T^2 der Torus

$$T^2 = \left\{ \left((R + r \cos \theta) \cos \alpha, (R + r \cos \theta) \sin \alpha, r \sin \theta \right) \mid \alpha, \theta \in \mathbb{R} \right\}$$

mit der von $\mathbb{R}^2$ induzierten Topologie versehen, wobei wir $R, r > 0$ und $R - r > 0$ voraussetzen. Zeigen Sie, dass T eine 2-dimensionale C^∞ Mannigfaltigkeit ist.