Aufgabe 1 *Stetigkeit und die Quotienttopologie*
Seien X, Y topologische Räume, und $\sim$ eine Äquivalenzrelation auf X. Sei $[z] := \{w \in X : w \sim z\}$ die Äquivalenzklasse von z sowie $X/\sim := \{[z] : z \in X\}$ die Menge der Äquivalenzklassen und $\pi : X \to X/\sim$, $z \to [z]$ die kanonische Projektion. Wir versehen $X/\sim$ mit der Quotienttopologie. Sei $f : X \to Y$ eine Abbildung mit $f(x) = f(y)$ für alle x, y mit $x \sim y$ (also, f ist konstant auf jeder Fasser). Zeigen Sie:

1. $\tilde{f} : X/\sim \to Y$ ist durch $\tilde{f}([x]) = f(x)$ wohldefiniert.
2. f ist stetig $\iff$ $\tilde{f}$ ist stetig .

Aufgabe 2 *Differnzierbare Struktur für S^1*
Definiere für $S^1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | |x|^2 + |y|^2 = 1\}$:

$$\phi_1 : S^1 \backslash \{(1, 0)\} \to (0, 2\pi),\ \phi_1(x, y) = 2\text{arccot}\frac{y}{1-x}$$
$$\phi_2 : S^1 \backslash \{(0, -1)\} \to (-\pi, \pi),\ \phi_2(x, y) = 2\arctan\frac{y}{1+x}.$$

Man Zeige, dass S^1 mit $A = \{\phi_1, \phi_2\}$ eine Mannigfaltigkeit ist, und dass A C^∞ ist. Sei $\tilde{A}$ der Atlas mit den Stereographischen Projektion (wurde in der Vorlesung definiert). Bezeichne A' den maximalen Atlas mit $A \subset A'$ und $\tilde{A}'$ den maximalen Atlas mit $\tilde{A} \subset \tilde{A}'$. Man Zeige: $A' = \tilde{A}'$.