Anwesenheitsaufgaben zur Differentialgeometrie I — WS 07/08, Anw. 5
Dr. M. Simon, — 26. November 2007

Aufgabe 1 *Disjunkte Vereinigung von Mengen*
Sei X ein topologischer Raum, Λ eine Indexmenge und $Y = \{(\lambda, x) | \lambda \in \Lambda, x \in X\}$. Sei $\mathcal{B}$ die Familie von Mengen V wobei $V = \{\lambda\} \times U$ mit $\lambda \in \Lambda$ und U offen in X ist, oder $V = \emptyset$. Bezeichne $\mathcal{O}$ die Familie von Mengen $U = \cup_{i \in I} V_i$ wobei $V_i \in \mathcal{B}$. Zeigen Sie, dass $\mathcal{O}$ eine Topologie auf Y definiert.

Aufgabe 2 *Disjunkte Vereinigung von Mengen teil II*
Seien X,Y und $\mathcal{O}$ wie in Aufgabe 1. Zeigen Sie:

- $\pi : Y \to X, \pi(\lambda, x) = x$ ist eine Überlagerung.
- Sei X zusammenhängend. Zeigen Sie, dass der Grad von π durch $card(\Lambda)$ gegeben ist, falls $card(\Lambda) < \infty$, andernfalls ist der Grad von π unendlich.

Bemerkung: Insbesondere, ist $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^2$ mit $\Lambda = \mathbb{R}$ und $X = \mathbb{R}^2$ eine Überlagerung mit $Grad(\pi) = \infty$.