
Aufgabe 1 *Differenzierbarkeit am Rand*
Es bezeichne $C^1([a,b],\mathbb{R}^n)$ die Menge der stetig differenzierbaren Funktionen $f : (a,b) \to \mathbb{R}^n$, so dass f und f' stetig fortsetzbar sind auf $[a,b]$. Zeigen Sie

1. Es gilt $f \in C^1([a,b],\mathbb{R}^n)$ genau dann, wenn es eine stetig differenzierbare Funktion $\tilde{f} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ gibt mit $\tilde{f}(x) = f(x)$ für alle $x \in [a,b]$.

2. Sei $f \in C^1([a,b],\mathbb{R}^n)$, dann ist f in a und b "differenzierbar", d.h. die Grenzwerte
$$\lim_{t\searrow 0} \frac{f(t+a)-f(a)}{t}\,, \qquad \lim_{t\nearrow 0} \frac{f(t+b)-f(b)}{t}$$
existieren.

3. Geben Sie ein Beispiel einer stetigen Funktion $f : [a,b] \to \mathbb{R}$, welche stetig differenzierbar ist auf (a,b) und differenzierbar in a und b (wie in 2. definiert), aber $f \notin C^1([a,b],\mathbb{R})$.

Aufgabe 2 *Flusslinien*
Sei X folgendes Vektorfeld auf $\mathbb{R}^2$: $X(x,y) = (-y,x)$. Skizzieren Sie X. Was ist die maximale Integralkurve $c_p : I_p \to \mathbb{R}^2$ von X mit $c_p(0) = p$, wobei $p \in \mathbb{R}^2$ beliebig ist.
Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer bzw. der Tag Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt.