Aufgabe 1 *Metrische und induzierte Topologie.*
Sei (X, d) ein metrischer Raum und $\mathcal{O}_{(X,d)}$ die metrische Topologie auf X (siehe Definition 1.1 aus der Vorlesung). Sei $M \subset X$, $(M, \tilde{d})$ der induzierte metrische Raum, $\tilde{d}(x, y) := d(x, y)$ für alle $x, y \in M$, und $\mathcal{O}_{(M,\tilde{d})}$ die metrische Topologie auf M, die von $(M, \tilde{d})$ kommt. Schließlich sei $\mathcal{O}_M$ die induzierte Topologie (von $\mathcal{O}_{(X,d)}$) auf M. Man zeige: $\mathcal{O}_M = \mathcal{O}_{(M,\tilde{d})}$.

Aufgabe 2 *Beispiel aus der Vorlesung*
Sei $\mathcal{O}$ eine Topologie auf einer Menge X. Weisen Sie nach:

1. Für $M \subset X$, ist $\mathcal{O}_M = \{U \cap M : U \in \mathcal{O}\}$ eine Topologie auf M.
2. $\mathcal{O}$ ist Hausdorff $\implies$ $\mathcal{O}_M$ ist Hausdorff.
3. $\mathcal{B}$ ist eine Basis von $\mathcal{O}$ $\implies$ $\mathcal{B}_M$ ist eine Basis von $\mathcal{O}_M$, wobei $\mathcal{B}_M = \{B \cap M : B \in \mathcal{B}\}$.

Aufgabe 3 *Kegel*
Sei

$$K := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = z^2, z > 0\}.$$

Zeigen Sie, dass K mit der induzierten Topologie eine C^0 Mannigfaltigkeit ist. Zeigen Sie weiterhin, dass K Homeomorph zu $S^1 \times \mathbb{R}$ ist.

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer bzw. der Tag Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 29.10.2007 bis 11:15.