Aufgabe 1 *Keine Mannigfaltigkeit*

Sei

$$X \subset \mathbb{R}^2, X = \left\{ \left(x, \frac{1}{i} \right) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in \mathbb{R}, i \in \mathbb{N} \right\} \cup \{ (x, 0) : x \in \mathbb{R} \}.$$

mit der von $\mathbb{R}^2$ induzierten Topologie versehen. Beweisen Sie: X ist keine Mannigfaltigkeit.

Aufgabe 2 *S^1 ist nicht Homeomorph zu $\mathbb{R}$*

Zeigen Sie: S^1 ist nicht Homeomorph zu $\mathbb{R}$ (hier ist S^1 mit der von $\mathbb{R}^2$ induzierten Topologie versehen).

Aufgabe 3 *Hausdorffsch oder nicht?*

Sei $M = \mathbb{R} \cup \{p\}$, p ein beliebiger Punkt nicht in $\mathbb{R}$. Sei $\mathcal{O}_{\mathbb{R}}$ die Standard-Topologie auf $\mathbb{R}$ und definiere

$$\mathcal{O} = \{U \cup V : U \in \mathcal{O}_{\mathbb{R}}, V = \emptyset, \text{ oder } V = \{p\} \cup (W \setminus \{0\}), \text{ wobei } W \in \mathcal{O}_{\mathbb{R}}, \text{ mit } 0 \in W\}.$$

1. Zeigen Sie, dass $\mathcal{O}$ eine Topologie auf $M = \mathbb{R} \cup \{p\}$ ist.
2. Konstruieren Sie einen C^0 -Atlas für $(M, \mathcal{O})$.
3. Ist M Hausdorffsch?

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer bzw. der Tag Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 05.11.2007 bis 11:15.