Aufgabe 1 *Zusammenhängend*
Zeigen Sie, dass die folgende Menge $M \subset \mathbb{R}^n$ zusammenhängend, aber nicht wegzusammenhängend ist:

$$M = \{(x, \sin\frac{1}{x}) : 0 < x < 1\} \cup \{(0, y) : -1 \leq y \leq 1\}.$$

Aufgabe 2 $\mathbb{R}P^1$ ist diffeomorph zu S^1
Zeigen Sie, dass $\mathbb{R}P^1$ diffeomorph zu S^1 ist.

Aufgabe 3 $\mathbb{C}P^n$
Im Beispiel 1.38 der Vorlesung wurde $\mathbb{C}P^n = \{[z] | z = (z_1, \dots, z_{n+1}) \in \mathbb{C}^{n+1} \backslash \{0\}\}$ definiert, wobei $z \sim w$ genau dann, wenn $z = \lambda w$ für ein $\lambda \in \mathbb{C}\backslash\{0\}$. Die Karten sind

$$\phi_i : U_i \to \mathbb{C}^n, \phi_i([(z_1, \dots, z_n, z_{n+1})]) = \frac{1}{z_i}(z_1, \dots, z_{i-1}, z_{i+1}, \dots, z_{n+1})$$

wobei $U_i = \pi(\{z | z = (z_1, \dots, z_n, z_{n+1}) \in \mathbb{C}^{n+1}, z_i \neq 0\})$ (man indentifiziert $\mathbb{C}^n$ mit $\mathbb{R}^{2n}$, dann ist das Bild der Abbildungen $\mathbb{R}^{2n}$). Beweisen Sie (siehe Beweis im Fall $\mathbb{R}P^n$), dass $\mathbb{C}P^n$ eine $2n-$dimensionale Mannigfaltigkeit ist.

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer bzw. der Tag Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 12.11.07 bis 11:15