

Aufgabe 1 $SL(n, \mathbb{R})$ ist eine Mannigfaltigkeit

Seien $GL(n, \mathbb{R}) = \{n \times n \text{ reelle Matrizen } A \mid \det(A) \neq 0\}$ und $SL(n, \mathbb{R}) = \{A \in GL(n, \mathbb{R}) \mid \det(A) = 1\}$. Zeigen Sie: $SL(n, \mathbb{R})$ ist eine $n^2 - 1$ dimensionale differenzierbare Mannigfaltigkeit. Hinweis: Untersuchen Sie die Abbildung $F : GL(n, \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \det(A)$.

Aufgabe 2 Graphen

Sei $u : U \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k$ eine C^l Abbildung mit U offen und definiere $M = \{(x, u(x)) \mid x \in U\} \subset \mathbb{R}^{n+k}$. Man Zeige:

1. M ist eine differenzierbare n -dimensionale Mannigfaltigkeit.
2. Für jedes $p \in M$ existiert eine offene Menge $V_0 \subset \mathbb{R}^{n+k}$ mit $p \in V_0$ und eine bijektive Abbildung $\psi \in C^l(V_0, \psi(V_0))$ mit C^l Inversem ψ^{-1} derart, dass $\psi(x, u(x)) = (x, 0)$ für alle $(x, u(x)) \in V_0$
3. Falls $u \in C^\infty(U, \mathbb{R}^k)$ gilt, dann ist M eine n -dimensionale C^∞ Untermannigfaltigkeit von $\mathbb{R}^{n+k}$.

Aufgabe 3 Das Bild einer Einbettung ist eine Untermannigfaltigkeit

Sei $F : M^m \rightarrow N^n$ eine C^∞ Einbettung. Dann ist $F(M^m)$ eine m -dimensionale differenzierbare Untermannigfaltigkeit von N^n .

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer bzw. der Tag Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt.