
Aufgabe 1(*Der Levi-Cevita Zussamenhang eine Riemannscher Immersion*)
Sei $f : (M, g) \to (\tilde{M}, \tilde{g})$ eine Isometrische Immersion. Zeigen Sie: der Levi-Cevita Zussamenhang auf (M, g) ist durch

$$^{g}\nabla_X Y = Df^{-1}((^{g}\nabla_{Df(X)} \tilde{Df(Y)})^T)$$

gegeben, wobei $\tilde{Df(Y)}$ eine beliebige lokale Fortsetzung des Vektorfeldes $Df(Y)$ ist.

Hinweis: zeigen Sie dass $^{g}\nabla_X Y$ ein Zusammenhang ist, der (4) und (5) von Proposition 1.11 erfüllt.

Aufgabe 2 (*Darstellung der Zweite Fundamentalform*)
Man Zeige, dass wenn man die Werten $A(x)(Z(x), Z(x))$ für alle $Z(x) \in T_xM$ kennt, dann kann man $A(x)(X(x), Y(x))$ für beliebige $X(x), Y(x) \in T_xM$ ausrechnen.

Aufgabe 3 (*Prinzipal Richtungen der Zweite Fundamentalform*)
Sei $f : (M^m, g) \to (\tilde{M}^{m+1}, \tilde{g})$ eine Isometrische Immersion. Zeigen Sie, dass für alle $x \in M$ existiert eine Orthonormal Basis $\{\tau_1(x), \ldots, \tau_m(x)\}$ von T_xM und reele Werte $\kappa_1(x), \ldots, \kappa_m(x) \in \mathbb{R}$ so dass

$$A_0(x)(\tau_i(x), \tau_j(x)) = \delta_{ij}\kappa_i(x).$$

Der Wert

$$H(x) := k_1(x) + \ldots + k_m(x),$$

ist unabhängig von der Wahl der Orthonormal Basis. $H(x)$ ist der Mittlere Krümmung in x.

Aufgabe 4 (*Zweite Fundamentalform einer Rotationssymmetrische Fläche*)
Sei $f : \mathbb{R} \times S^1 \to \mathbb{R}^3$ die Einbettung $f(r, \alpha) := (r, \psi(r)l(\alpha))$, wobei $S^1 := \{(y, z) \in \mathbb{R}^2 | y^2 + z^2 = 1\}$, und $l : S^1 \to \mathbb{R}^2$ ist $l((y, z)) := (y, z)$, und $\psi : \mathbb{R} \to (0, \infty)$ eine C^∞ Funktion ist.
Berechnen Sie $H((x, \alpha))$.

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer bzw. der Tag Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Dienstag, 04.07.2006 bis 9:15.