Aufgabe 1(*Der Mittlerekrümmungs-Vektor*)
Sei $f : (M, g) \to (\mathbb{R}^{n+1}, \delta)$ eine Isometrische Immersion. Sei $\nu : U \to T\mathbb{R}^{n+1}$ eine Wahl von Normale (U offen in M). Man Zeige: der Mittlerekrümmungs-Vektor $H(x)\nu(x)$ is unabhängig von der Wahl einer Normale. Insbesondere, die Mittlerekrümmungs-Fluss-Gleichung

$$\frac{\partial f}{\partial t}(x,t) = H(x,t)\nu(x,t),$$

ist global Wohldefiniert (sie ist nicht von der Wahl einer lokale Normale abhängig).

Aufgabe 2 (*Reskalierung von dem Mittlerekrümmungs-Fluss*)
Sei $f : M \times [0, T) \to (\mathbb{R}^{n+1}, \delta)$ eine Lösung des Mittlerekrümmungs Flusses. Sei $\tilde{f} : M \times [0, Tc^2) \to (\mathbb{R}^{n+1}, \delta)$

$$\tilde{f}(x,t) := cf(x, \frac{t}{c^2}).$$

Man Zeige: $\tilde{f}$ ist auch eine Lösung des Mittlerekrümmungs Fluss.
Hinweis: berechnen Sie die Mittlerekrümmung von $\tilde{f} := cf$ für eine beliebige isom. Immersion $f : (M, g) \to (\mathbb{R}^{n+1}, \delta)$, wobei c eine Konstante ist.

Aufgabe 3 (*Mittlerekrümmungs-Fluss der Sphäre*)
Sei $f_0 : (S^m, g) \to (\mathbb{R}^{m+1}, \delta)$ die Standard isometrische Einbettung der Sphäre in $\mathbb{R}^{m+1}$. Konstruieren sie explizit eine Lösung zur Mittlerekrümmungs Fluss von f_0.
Hinweis: benutzen Sie den Hinweis von Aufgabe 2, wobei M die Sphäre ist, und $f : (S^m, g) \to (\mathbb{R}^{m+1}, \delta)$ die Standard isometrische Einbettung der Sphäre in $\mathcal{R}^{m+1}$ ist.

Aufgabe 4 (*Riemannsche Krümmungstensor*)
Zeigen Sie die erste Bianchi Identität:

$$\mathcal{R}(X,Y)Z + \mathcal{R}(Y,Z)X + \mathcal{R}(Z,X)Y.$$

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer bzw. der Tag Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Dienstag, 18.07.2006 bis 9:15.