Aufgabe 1(*Zweite Fundamentalform einer Kurve*)
Sei $\gamma : (a,b) \to \mathbb{R}^2$ eine C^∞ Kurve mit $\gamma'(t) \neq 0$ für alle $t \in (a,b)$ (also, γ ist eine Immersion). Für $x \in (a,b)$ sei $\nu(x) := \frac{(-\gamma^{2\prime}(x), \gamma^{1\prime}(x))}{|\gamma'|_{\mathbb{R}^2}}$ eine Wahl von Normale. Berechnen Sie $A_0(x)(\gamma'(x), \gamma'(x))$ der Skalarteil der zweite Fundamentalform: $A_0(x)(X,Y) = \langle A(x)(X,Y), \nu(x)\rangle$.

Aufgabe 2 (*Zweite Fundamental Form eines Graphes*)
Sei $u : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ eine glatte Funktion, mit $u(0) = 0$, und $Du(0) = 0$. F Sei der Graph von u, $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n+1}$, $F(x) := (x, u(x))$. Man Zeige:

$$A(0)(e_i(0), e_j(0)) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^i \partial x^j} e_{n+1}(0),$$

wobei $\{e_i\}$ die Standardbasis von $\mathbb{R}^{n+1}$ ist.

Aufgabe 3 (*Zweite Fundamentalform von $\mathbb{R}^n \subset \mathbb{R}^{n+1}$*)
Berechnen Sie $A(x)(e_i(x), e_j(x))$, für die Inklusion $i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n+1}$, wobei $\{e_i(x)\}_{i=1}^n$ die Standardbasis von $T_x\mathbb{R}^n$ ist.

Aufgabe 4 (*Zweite Fundamentalform von $S^n \subset \mathbb{R}^n$*)
Berechnen Sie $A(N)(e_i(N), e_j(N))$, für die Inklusion $i : S^n \to \mathbb{R}^n$, wobei $\{e_i(N)\}_{i=1}^n$ eine von Ihnen gewählten Orthonormalbasis für S^n in dem Nordpole N ist.

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen sowie die Nummer bzw. der Tag Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Dienstag, 04.07.2006 bis 9:15.