Anwesenheitsübung 1

Sei (M,g) eine differenzierbare Mannig. mit $p \in M$. Man Zeige, es existiert ein orthogonales Basisfeld $\{e_1, \ldots, e_n\}$ definiert auf $U \subset M, p \in U$ so dass

$$\nabla_{e_i(p)} e_j = 0.$$

Anwesenheitsübung 2

Sei (M,g) orientiert 2.dimensional.
Definiere $J : T_pM \to T_pM$ durch $J(e_1(p)) = e_2(p)$ und $J(e_2(p)) = -e_1(p)$ und $J(ae_1(p) + be_2(p)) = aJ(e_1(p)) + bJ(e_2(p))$ sonst, wobei $\{e_1(p), e_2(p)\}$ eine beliebige positiv orientierte Basis in p ist (d.h. die Ordnung von den Vektoren ist wichtig!).
Zeigen Sie:

- $J(p) : T_pM \to T_pM$ hängt nicht von der wahl der orientierten ONBasis ab (also J ist wohldefniert auf ganz M).
- Zeigen Sie , dass $\nabla_{v_i}(J(v_j)) = J(\nabla_{v_i} v_j)$ für alle ONBasisfelder $V = \{v_1, v_2\}$ und $i, j \in \{1, 2\}$. (Verwenden Sie die Behauptung von Aufgabe 1)
- Zeigein Sie , dass $\nabla_v(J(w)) = J(\nabla_v w)$ für alle C^∞ Vectorfelder v, w. VORSICHT! Das reinziehen von ∇ ist normalerweise NICHT möglich bei Tensoren. Es funktioniert hier, weil J ein besonderer Tensor ist.