Anwesenheitsaufgaben zur Differentialgeometrie II | SS 08, Serie 12
Dr. M. Simon, Christian Thier | 22. Juli 2008

Anwesenheitsaufgabe 1 *(Krümmung von $\mathbb{C}P^n$)*

$(\mathbb{C}P^n, g)$ sei der komplex projektive Raum mit der von $f : S^{2n+1} \longrightarrow \mathbb{C}P^n$ induzierten Metrik. Zeigen Sie, dass für die Schnittkrümmung von $\mathbb{C}P^n$ $1 \leq K \leq 4$ gilt und dass diese Abschätzung für $n \geq 2$ scharf ist. *Hinweis:*

1. *Zeigen Sie zunächst mit O'Neills Formel, dass*

$$K(\pi) = 1 + 3\langle \tilde{X}, i\tilde{Y} \rangle^2$$

   wobei X, Y *eine Orthonormalbasis von* π *ist.*

2. *Zeigen Sie anschließend, dass für* $n \geq 2$ *die Werte* 1 *und* 4 *beide angenommen werden.*