

Anwesenheitsübung 1

- In der Vorlesung wurde $\nabla_X \omega$ für eine 1 Form ω , und Vektoren $X(p), Y(p) \in T_p M$ durch $(\nabla_{X(p)} \omega)(Y(p)) := X(\omega(Y)) - \omega(\nabla_X Y)$ definiert, wobei auf der rechten Seite, X, Y glatte lokale Fortsetzungen der Vektoren $X(p), Y(p)$ sind. Zeigen Sie, dass $(\nabla_{X(p)} \omega)(Y(p))$ wohldefiniert ist (d.h. es hängt nicht von der Wahl der Fortsetzungen ab).
- In der Vorlesung wurde $\nabla_X T$ für ein $\binom{s}{r}$ Tensor T , Vektoren $X(p), X_1(p), X_2(p), \dots, X_s(p) \in T_p M$ und eins Formen $\omega_1(p), \dots, \omega_r(p) \in (T_p M)^*$ durch

$$\begin{aligned} & (\nabla_X T)(p)(X_1(p), \dots, X_s(p), \omega_1(p), \dots, \omega_r(p)) \\ &:= X(p)(T(X_1, \dots, X_s, \omega_1, \dots, \omega_r)) \\ &\quad - \sum_{i=1}^s T(p)(X_1, \dots, X_{i-1}, \nabla_X X_i, X_{i+1}, \dots, X_s, \omega_1, \dots, \omega_r) \\ &\quad - \sum_{j=1}^r T(p)(X_1, \dots, X_s, \omega_1, \dots, \omega_{j-1}, \nabla_X \omega_j, \omega_{j+1}, \dots, \omega_r) \end{aligned}$$

wobei (auf der rechten Seite) $X_1, X_2, \dots, X_s$ lokale glatte Fortsetzungen der Vektoren $X(p), X_1(p), X_2(p), \dots, X_s(p)$ und $\omega_1, \dots, \omega_r \in$ Fortsetzungen von $\omega_1(p), \dots, \omega_r(p)$ sind. Man Zeige, dass $\nabla_{X(p)} T$ wohldefiniert ist (d.h. es hängt nicht von der Wahl der Fortsetzungen ab).