Aufgabe 1 (*Mittlerer Krümmungsvektor*)

Sei $f : (M^m, g) \to (N^n, h)$ eine isometrische Immersion. Der *Mittlere Krümmungsvektor* $H : M \to TN$ ist definiert als

$$H(x) = \sum_{i=1}^{m} A(x)(\tau_i, \tau_i),$$

wobei $\tau_i(x)$ eine beliebige ONBasis in T_xM ist ($H(x)$ ist senkrecht zu $f(U)$). Man zeige: $H(x)$ ist wohldefiniert (d.h. es hängt nicht von der Wahl der Basis τ_i ab).

Aufgabe 2 (*Schnittkrümmung bestimmt Riemannschen Krümmungstensor*)

Sei (M, g) eine Riemansche Mannigfaltigkeit. Wir definieren

$$K(p)(X, Y) := R(p)(X, Y, Y, X)$$

für $X, Y \in T_pM$. Zeigen Sie:

$$-6R(X, Y, Z, W) = \frac{\partial^2}{\partial s \partial t}|_{s,t=0}(K(X + sZ, Y + tW) - K(X + sW, Y + tZ)).$$

(Dies bedeutet, dass der Krümmungstensor aus der Schnittkrümmung berechnet werden kann).