Anwesenheitsaufgabe 1

Sei (M, g) mit $sec(\pi)(p) = -1$ für alle $\pi \subset T_pM$ für alle $p \in M$. Zeigen Sie: Für alle Geodäten $\gamma : [0, l] \to (M, g)$ ist $\gamma(0)$ ist NICHT konjugiert zu $\gamma(l)$.

(Wir werden in der Vorlesung zeigen, dass diese Aussage auch für (M, g) mit: $sec(\pi)(p) \leq 0$ für alle $\pi \in T_pM$ für alle $p \in M$ gilt.)

Anwesenheitsübung 2

Sei (M, g) eine Riemannsche Mannigfaltigkeit. Ein Vektorfeld X heißt Killingfeld, falls $\mathcal{L}_X g = 0$ gilt. Zeigen Sie

i) X ist Killingfeld genau dann, wenn $g(\nabla_Y X, Z) + g(Y, \nabla_Z X) = 0$ für alle $Y, Z \in TM$.

ii) Für eine Geodte $\gamma : [0, l] \to M$ ist $X(\gamma(s))$ ein Jacobifeld längs γ.