

# Lösungen der Präsenzaufgaben Serie 10

## Aufgabe 1

(a) In Komponenten ist die Parallelverschiebung

$$\nabla v dt = v_t^i e_i + v^i \dot{\gamma}^j \Gamma_{ji}^k e_k = \sum_{i=1}^2 (\dot{v}^i + v^k \dot{\gamma}^j \Gamma_{jk}^i) e_i = 0$$

(b) Die Gleichung (1) führt also auf das Differentialgleichungssystem der Form

$$\dot{v}^1(t) + v^1(t)a_{11}(t) + v^2(t)a_{12}(t) = 0 \quad \dot{v}^2(t) + v^1(t)a_{21}(t) + v^2(t)a_{22}(t) = 0$$

Dieses ist linear für  $v(t)$ .

(c) Es ist

$$\frac{d}{dt}g(v(t), w(t)) = g\left(\frac{\nabla v(t)}{dt}, w(t)\right) + g\left(v(t), \frac{\nabla w(t)}{dt}\right) = 0$$

Daher ist

$$g(v(t), w(t)) = g(v(0), w(0)) = g(v_0, w_0)$$