

**Aufgabe 1** (*Die Gauß-Abbildung*) Zu einer Immersion  $F: U \rightarrow \mathbb{R}^3$  sei die Normale  $N: U \rightarrow S^2 \subset \mathbb{R}^3$  gegeben. Die Gaußabbildung ist die Normalenabbildung.

(a) Skizzieren Sie die Gaußabbildung für das Hyperboloid  $(x, y) \mapsto (x, y, x^2 - y^2)$  im Punkte  $(0, 0)$  sowie für Sphäre und Zylinder.

(b) Es sei

$$k(v, w) = \langle DNv, DNw \rangle$$

Welche Werte nimmt  $k(x)(v, v)$  an für Vektoren  $v$  entlang der Hauptkrümmungsrichtungen in  $x \in U$ .

(c) Finden sie Koeffizienten  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , so dass

$$k(x) = \alpha g(x) + \beta h(x), \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R} \tag{1}$$

Hier seien  $g$  und  $h$  die Erste und Zweite Fundamentalform von  $F$ . *Hinweis:* Setzen Sie in (1) die Hauptkrümmungsvektoren ein.