${\bf Aufgabe\ 1} \quad ({\it Christoffelsymbole\ der\ Polarkoordinaten})\ {\it Die\ Polarkoordinatenabbildung\ in\ die\ Ebene\ ist}$

$$F \colon \begin{pmatrix} r \\ \varphi \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} r \cos \varphi \\ r \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Bestimmen Sie die Christoffelsymbole von F.
- (b) Berechnen Sie die zweiten Ableitungen $\nabla_{e_i}\nabla_{e_j}$
- (c) Warum folgt auch aus dem Theorema Egregium

$$\nabla_{e_i} \nabla_{e_i} e_k = \nabla_{e_i} \nabla_{e_i} e_k?$$