Übungsaufgaben zur Vorlesung
Elementare DG — SS 2015, Serie 08
Prof. Dr. G. Wang — 15.6.2015
Dr. J. Scheuer

Aufgabe 1 (*Das Katenoid oder die Kettenfläche*) (4 Punkte)
Eine Drehfläche mit $r(t) = a\cosh\left(\frac{t+b}{a}\right)$ $a > 0$, $b \in \mathbb{R}$, ist ein Katenoid oder eine Kettenfläche. Zeigen Sie, dass eine Drehfläche genau dann Minimalfläche ist, wenn sie eine Kettenfläche ist.

Aufgabe 2 (*Die Drehfläche und die Röhrenfläche*) (4 Punkte)

a) Sei S die Drehfläche zur Traktix. vgl. Aufgabe 3. Serie 01. Finden Sie eine Parametrisierung von S und zeigen Sie, dass diese Fläche konstante Gauß-Krümmung $K = -1$ hat. (Diese Fläche heißt die Pseudosphäre.)

b) Sei c eine nach Bogenlänge parametrisierte Raumkurve. Zeigen Sie, dass für jede Röhrenfläche S um c gilt $\int_S K dA = 0$.

Aufgabe 3 (*Die Parallelfläche*) (4 Punkte)
Für ein Flächenstück $F : U \to V \subset \mathbb{R}^3$ sei die Parallelfläche im Abstand ϵ erklärt durch

$$F_\epsilon(u^1, u^2) := F(u^1, u^2) + \epsilon \cdot N(u^1, u^2),$$

wobei N die Einheitsnormale ist. Man überlege, für welche ϵ dies eine reguläre Fläche definiert und zeige

(a) Die Hauptkrümmungen von F_ϵ und F verhalten sich wie $\kappa_i^\epsilon = \kappa_i/(1 - \epsilon\kappa_i)$.

(b) Falls F konstante mittlere Krümmung $H \neq 0$ besitzt, so hat F_ϵ konstante Gauß-Krümmung für $\epsilon = \frac{1}{2H}$.

Aufgabe 4 (*die Weierstraß-Darstellung*) (4 Punkte)
Betrachten Sie die Fläche $F = (f_1, f_2, f_3)$ mit

$$\begin{aligned} f_1(u, v) &= 2\sinh u \cos v - \frac{2}{3}\sinh(3u)\cos(3v) \\ f_2(u, v) &= 2\sinh u \sin v + \frac{2}{3}\sinh(3u)\sin(3v) \\ f_3(u, v) &= 2\cosh(2u)\cos(2v). \end{aligned}$$

Finden Sie die zugehörigen ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 und f, h in der Weierstraß-Darstellung.

Bitte schreiben Sie Ihre(n) Namen, die Matrikelnummer sowie die Nummer Ihrer Übungsgruppe auf jedes Lösungsblatt. **Abgabe ist am Montag, 22.6.15, vor der Vorlesung**.