
Aufgabe 1 (*zurückgezogene Riemannsche Metrik*)

Wie in Aufgabe 1 von Blatt 05 seien die stereographischen Projektionen p_N vom Nordpol $N = (1, 0, 0)$ gegeben durch

$$p_N : \mathbb{S}^2 \setminus \{N\} \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad p_N(x) = \frac{1}{1 - x_0}(x_1, x_2).$$

Sei I die erste Fundamentalform von \mathbb{S}^2 und sei $\phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{S}^2 \setminus \{N\}$ die Inverse von p_N . Berechnen Sie die zurückgezogene Riemannsche Metrik $\phi^*(I)$.

Aufgabe 2 (*geodätische Krümmung*)

Die Poincaré-Halbebene ist erklärt als die Menge $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y > 0\}$ mit einer Riemannschen Metrik:

$$(g_{ij}) = y^{-2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie die kovarianten Ableitungen $\nabla_{\frac{\partial F}{\partial x}} \frac{\partial F}{\partial x}$, $\nabla_{\frac{\partial F}{\partial x}} \frac{\partial F}{\partial y}$ und $\nabla_{\frac{\partial F}{\partial y}} \frac{\partial F}{\partial y}$.
- Berechnen Sie die geodätische Krümmung κ_g von Kurve $y = c > 0$.

Klausurhinweise

Klausurrelevant ist der Stoff bis zu den Begriffen “Geodätische” und “geodätische Krümmung” (Dies betrifft nicht die mündliche Prüfung für die Masterstudenten). Als Übung zur Vorbereitung ist insbesondere das wiederholte Rechnen der Übungsaufgaben zu empfehlen, wobei folgende Aufgaben eher geringere Relevanz haben:

Blatt 01, A4; Blatt 02, A4; Blatt 03, A1; Blatt 04, A4; Blatt 07, A1; Blatt 09, A4.

Versuchen Sie, die anderen Aufgaben gut zu wiederholen und ihre Lösungen zu verstehen und bereiten Sie abschließende Fragen für die Fragestunde vor. Wenn sich bis zur Fragestunde bereits Fragen ergeben, die Sie klar formulieren können, schreiben Sie bitte eine Mail (julian.scheuer@math.uni-freiburg.de). Dies wird uns insbesondere helfen, die Fragestunde vorzubereiten.

Die ersten beiden Aufgaben dieses Blattes dienen nur noch zur Übung und werden nicht mehr in den Tutorien bewertet.

