Übungsaufgaben zur Vorlesung
Komplexe Geometrie und Kähler-Einstein Metriken — WS 09/10, Serie 1
PD Dr. M. Simon — 19.Oktober 2009
Florian Link

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Sei $U \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet (d.h. offen, zusammenhängend und nicht leer) und $f : U \to \mathbb{C}$ holomorph. Zeige, daß $\bar{f} : U \to \mathbb{C}$ nur dann holomorph ist, wenn f konstant ist.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Zeige: $f : U \to \mathbb{C}$ (genauer: $(\tilde{f}^{Re}, \tilde{f}^{Im}) : U \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$) ist stetig partiell differenzierbar mit $\bar{\partial} f = 0$ genau dann, wenn f holomorph ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Beweise: Die in der Vorlesung definierte Abbildung ${}^{\varphi}J_p : T_pM \to T_pM$ ist unabhängig von den gewählten Koordinaten, d.h. für zwei Karten φ, ψ gilt ${}^{\varphi}J = {}^{\psi}J$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Prüfe anhand der Definition von J_p

$$
\begin{aligned}
(1) \quad J_p\left(\frac{{}^{\varphi}\partial}{\partial x^i}(p)\right) &= \frac{{}^{\varphi}\partial}{\partial y^i}(p) \\
(2) \quad J_p\left(\frac{{}^{\varphi}\partial}{\partial y^i}(p)\right) &= -\frac{{}^{\varphi}\partial}{\partial x^i}(p)
\end{aligned}
$$

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 26.10.2009 bis 15:00 Uhr.