Übungsaufgaben zur Vorlesung
Komplexe Geometrie und Kähler-Einstein Metriken — WS 09/10, Serie 10
PD Dr. M. Simon — 21.Dezember 2009
Florian Link

In den folgenden Aufgaben wird immer auf den Kontext/die Notation aus der Vorlesung Bezug genommen.

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Folgern Sie aus dem bisher in der Vorlesung Bewiesenen (insbesondere aus Lemma 7.9) die Abschätzung

$$\begin{aligned}\Delta_g\left(e^{-c\varphi}(n+\Delta_l\varphi)\right) &\geq -ce^{-c\varphi}(\Delta_g\varphi)(n+\Delta_l\varphi)+e^{-c\varphi}\Delta_g(\Delta_l\varphi)\\ &\quad -e^{-c\varphi}g^{i\bar{i}}\left(\sum_{s=1}^{n}\varphi_{s\bar{s}i}\right)^2(n+\Delta_l\varphi)^{-1},\end{aligned}$$

wobei auch hier die speziellen Koordinaten aus der Vorlesung Verwendung finden.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Zeigen Sie: Für $r_i > 0$ gilt

$$\left(\prod_{j=1}^{n} r_j\right)\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{r_i}\right)^{n-1} \geq \sum_{i_1}^{n} r_i.$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Sei $u : M \times [0,T) \to \mathbb{R}$ eine glatte Lösung von

$$\begin{cases}\partial_t u = \Delta_l u - u\\ u(\cdot,0) = 0,\end{cases}$$

wobei (M,l) eine Riemannsche Mannigfaltigkeit sei. Zeigen Sie per Induktion und mit Hilfe des Maximumprinzips, daß

$$|{}^l\nabla^{j+1}u| \leq c\left(c_0, u(\cdot,0)\right),$$

wobei $|u|, |{}^l\nabla u|, \ldots, |{}^l\nabla^j u| \leq c_0$.

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 11.01.2010 bis 15:00 Uhr.

Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins neue Jahr!