
In den folgenden Aufgaben wird immer auf den Kontext/die Notation aus der Vorlesung Bezug genommen.

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Zeigen Sie die Identitäten $\partial\bar{\partial} = -\bar{\partial}\partial$ und $\partial^2 = \bar{\partial}^2 = 0$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Geben Sie einen (ausführlichen) Beweis der in der Vorlesung skizzierten Richtung "4.) \Rightarrow 5.)" aus Proposition 3.8.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Beweisen Sie: Man kann 5.) aus Proposition 3.8 verallgemeinern zu 5.)_l:

Für alle $p_0 \in M$ und für alle $l \in \mathbb{N}$ existieren Koordinaten $\tilde{\varphi}_l : U \ni p_0 \rightarrow \tilde{\varphi}(U) \subset \mathbb{C}^n$ mit $\tilde{\varphi}(p_0) = 0$ und

$$\frac{\partial^m g_{i\bar{j}}}{\partial z^{k_1} \dots \partial z^{k_m}}(0) = 0$$

$\forall m \leq l$, wobei $k_1, \dots, k_m \in \{1, \dots, n\}$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Weisen Sie folgende Identitäten nach:

$$\Gamma_{i\bar{j}}^k = \Gamma_{i\bar{j}}^{\bar{k}} = \Gamma_{i\bar{j}}^{\bar{k}} = \Gamma_{i\bar{j}}^k = 0$$

und

$$\Gamma_{ij}^k = \overline{\Gamma_{i\bar{j}}^{\bar{k}}}.$$

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Lösungsblatt. Abgabe ist am Montag, 09.11.2009 bis 15:00 Uhr.